

Vasyl Fedorczyk, Tomasz Szemberg

Równania różniczkowe, semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 11, na dzień 20 stycznia 2012

Zadanie 41 Rozwiąż zagadnienie początkowe

$$y' = \begin{pmatrix} 1/t & 0 \\ 1 & 1/t \end{pmatrix} y \quad \text{ i } \quad y(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

wiedząc, że funkcje

$$y_1(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix} \quad \text{ oraz } \quad y_2(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix}$$

tworzą na przedziale $(0, \infty)$ układ fundamentalny.

Zadanie 42 W oparciu o metodę Eulera wyznacz układ fundamentalny równania

$$y' = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 \\ -2 & 1 & -2 \\ -1 & -2 & -4 \end{pmatrix} y.$$

Zadanie 43 W oparciu o metodę Eulera dla różnych wartości własnych zespolonych, wyznacz układ fundamentalny równania

$$y' = \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} y.$$

Zadanie 44 Rozwiąż zagadnienie początkowe

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \\ z(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{cases}$$