

Równania różniczkowe, semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 10, na dzień 13 stycznia 2011

Zadanie 37 Dwa stalitrowe zbiorniki, z których pierwszy zawiera 10% roztwór soli, a drugi czystą wodę, połączono dwiema rurkami. Jedną z nich ciecz przepływa ze zbiornika Z_1 do Z_2 z prędkością 2 litry na minutę, a drugą z Z_2 do Z_1 z tą samą prędkością. Podaj stężenie soli w pierwszym zbiorniku jako funkcję czasu.

Zadanie 38 Rozwiąż zagadnienie początkowe

$$\begin{cases} x' &= x \ln y \\ y' &= -y \\ x(0) &= e^2 \\ y(0) &= e^{-2} \end{cases}$$

Zadanie 39 Wyznacz przedział, w którym problem początkowy

$$\begin{cases} y_1' \sin(t) &= y_1 - y_2 + \sin(t) \\ y_2' \cos(t) &= y_1 + y_2 + \cos(t) \\ y_1(3\pi/4) &= 1/2 \\ y_2(3\pi/4) &= 1/3 \end{cases}$$

ma jednoznaczne rozwiązanie.

Zadanie 40 Rozwiąż zagadnienie początkowe

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases}$$