

Vasyl Fedorczyk, Tomasz Szemberg

Równania różniczkowe, semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 8, na dzień 9 grudnia 2011

Zadanie 29 Wyznacz wszystkie $\alpha \in \mathbb{R}$, dla których zagadnienie brzegowe

$$\begin{cases} y'' + \alpha y = 0 \\ y(0) = y(2\pi) \\ y'(0) = y'(2\pi) \end{cases}$$

ma niezerowe rozwiązanie.

Zadanie 30 Sprawdź, że funkcja $\varphi(t) = 2 + \frac{1}{5}e^t(\sin(t) + \cos(t))$ jest rozwiązaniem równania

$$y'' + 3y' + 2y = 4 + 2e^t \cos(t).$$

Wyznacz rozwiązanie spełniające warunek $\lim_{t \rightarrow -\infty} y(t) = 2$.

Zadanie 31 Wiedząc, że funkcje

$$\varphi(t) = 5te^{-2t} \sin(t), \quad \psi(t) = (\cos(t) + 5t \sin(t))e^{-2t} \quad \text{ i } \quad \eta(t) = (1 + 5t)e^{-2t} \sin(t)$$

są rozwiązaniami równania

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = h(t),$$

wyznacz rozwiązanie ogólne.

Zadanie 32 Funkcje

$$\varphi(t) = \frac{\sin(t)}{t} + \frac{1}{t} \quad \text{ i } \quad \psi(t) = \frac{1}{t}$$

są rozwiązaniami równania

$$y'' + \frac{2}{t}y' + y = \frac{1}{t}.$$

Wyznacz rozwiązanie ogólne tego równania.