

Vasyl Fedorcuk, Tomasz Szemberg

Równania różniczkowe, semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 5, na dzień 18 listopada 2011

Zadanie 17 Rozwiąż równania

$$a) \quad 2yy'' + (y')^2 = 0 \quad \text{oraz} \quad b) \quad y'' + 6y(y')^3 = 0.$$

Zadanie 18 Rozwiąż zagadnienia początkowe:

$$a) \quad y'' = \frac{y'}{t} + \frac{t^2}{y'}, \quad y(2) = 0, \quad y'(2) = 4,$$

$$b) \quad yy'' - (y')^2 = y^2 \ln y, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

Zadanie 19 Wyznacz równanie ruchu spadającego swobodnie ciała o masie m z uwzględnieniem oporu powietrza, który jest wprost proporcjonalny do kwadratu prędkości spadania ze współczynnikiem proporcjonalności $k > 0$. Przyjmij, że ciało rozpoczyna spadek z wysokości h z zerową prędkością początkową.

Zadanie 20 Znajdź krzywą $y(t)$ przechodzącą przez punkt $(0, 1)$, styczną w tym punkcie do prostej $y + t - 1 = 0$ i spełniającą równanie

$$yy'' + (y')^2 = 1.$$