

Równania różniczkowe, semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 4, na dzień 4 listopada 2011

Zadanie 13 Wyznacz rodziny krzywych prostopadłych do podanych rodzin krzywych:

1. $y = Ct^2$;
2. $t^2 + y^2 - 2Cy = 0$;
3. $yt = C$;
4. $y^2 = t + C$.

Zadanie 14 Basen o pojemności 10 000 litrów zawiera 1 000 litrów czystej wody. Do basenu wlewa się woda o skażeniu 50% z prędkością 20 litrów na minutę. Jednocześnie przez otwór spustowy wylewa się ciecz z prędkością 10 litrów na minutę. Po jakim czasie basen się całkowicie wypełni? Jakie będzie wówczas stężenie skażenia?

Zadanie 15 Publiczność pewnego serialu podwoiła się w ciągu 10 lat. Jak długo będzie trwać jej potrojenie?

Zadanie 16 Znajdź krzywą $y(t)$ przechodzącą przez początek układu współrzędnych i leżącą w górnej półpłaszczyźnie o następującej własności: krzywa dzieli każdy prostokąt wyznaczony przez punkt na krzywej $(t, y(t))$, jego rzuty prostokątne na osie układu i początek układu współrzędnych na dwie części w ten sposób, że pole P_1 pod wykresem krzywej jest dwa razy mniejsze niż pole P_2 nad wykresem.

