

Vasyl Fedorczyk, Tomasz Szemberg

Równania różniczkowe, semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 3, na dzień 28 października 2011

Zadanie 9 Niech

$$F(x, y) := - \int_x^y p(\tau) d\tau.$$

Uzasadnij, że funkcja

$$y(t) := y_0 \cdot e^{F(t_0, t)} + \int_{t_0}^t q(s) \cdot e^{F(s, t)} ds$$

jest rozwiązaniem liniowego zagadnienia początkowego

$$y' + p(t)y = q(t) \quad \text{ i } \quad y(t_0) = y_0.$$

Zadanie 10 Rozwiąż równania:

1. $y' + y = \sin(t)$;
2. $ty' - 2y = t^3 \cos(t)$;
3. $ty + e^t - ty' = 0$.

Zadanie 11 Rozwiąż następujące równania:

1. $y' + 2ty = 2ty^2$;
2. $t(y' + y^2) = y$.

Zadanie 12 Znajdź krzywą $y(t)$ o następującej własności: pole trójkąta utworzonego przez początek układu współrzędnych O , punkt na krzywej S i punkt X przecięcia stycznej do krzywej w punkcie S z osią OX jest równe 1 (dla dowolnego S) i krzywa przechodzi przez punkt $(1, 1)$.

