

Vasyl Fedorcuk, Tomasz Szemberg

Równania różniczkowe, semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 1, na dzień 7 października 2011

Zadanie 1 Sprawdź, że podane funkcje są rozwiązaniami danych równań różniczkowych na wskazanych przedziałach:

1. $y(t) = \frac{\sin t}{t}$, $ty' + y = \cos t$, $(0, \infty)$;
2. $y(t) = t^2$, $ty' + y = 3t^2$, $\mathbb{R}$;
3. $y(t) = \frac{1}{1+t^2}$, $y' + 2ty^2 = 0$, $\mathbb{R}$;
4. $y(t) = -\sqrt{4-t^2}$, $yy' = -t$, $(-2, 2)$.

Zadanie 2 Sprawdź, że podane funkcje dla dowolnego $C \in \mathbb{R}$ są rozwiązaniami danych równań różniczkowych, oraz wyznacz rozwiązanie szczególne do warunku początkowego:

1. $y(t) = t + C$, $y' = 1$, $y(0) = 0$;
2. $y(t) = C \cdot e^t$, $y' = y$, $y(1) = -1$;
3. $y(t) = C \cdot e^{-2t} + \frac{1}{3}e^t$, $y' + 2y = e^t$, $y(0) = 1$;
4. $y(t) = t + C\sqrt{t^2 + 1}$, $y' = \frac{ty+1}{t^2+1}$, $y(0) = 0$.

Zadanie 3 Dokonaj analizy rozwiązań równania różniczkowego

$$y't = ky$$

w zależności od parametru k i naszkicuj krzywe całkowite tego równania.

Zadanie 4 Rozwiąż następujące równania różniczkowe o zmiennych rozdzielonych:

1. $yy' + 4t = 0$;
2. $dy = 2ty^2 dt$;
3. $y' = 1 + t + y + ty$;
4. $y' + 4y = y(e^{-t} + 4)$.