

Vasyl Fedorczyk, Tomasz Szemberg

Równania różniczkowe, semestr zimowy 2011/12

Przykładowy egzamin końcowy

Zadanie 1 Rozwiąż równanie metodą przewidywania postaci rozwiązania

$$y'' + y = \cos(t) - 3\sin(2t).$$

Zadanie 2 Rozwiąż problem początkowy

$$\begin{cases} yy''(2 + \ln(y)) + (y')^2 = 0 \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = 1/2 \end{cases}$$

Zadanie 3 Wyznacz wartość parametru $r \in \mathbb{R}$, dla którego funkcja $y(t) = t^r$ jest rozwiązaniem równania

$$t^2 y'' - 4ty' + 6y = 0$$

w przedziale $(0, \infty)$. Wyznacz układ fundamentalny tego równania.

Zadanie 4 Funkcje

$$y_1(t) = \begin{pmatrix} \cos(5t) \\ -\sin(5t) \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad y_2(t) = \begin{pmatrix} \sin(5t) \\ \cos(5t) \end{pmatrix}$$

są rozwiązaniami układu jednorodnego

$$y' = D(t) \cdot y.$$

Wyznacz rozwiązanie układu niejednorodnego

$$y' = D(t) \cdot y + \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Zadanie 5 Wyznacz wszystkie rozwiązania równania

$$y'(t) = y(-t).$$