

Egzamin pisemny, Równania różniczkowe

Wskazówki:

- 1) Proszę wpisać **czytelnie** na tej stronie i w nagłówku każdej strony z zadaniami Państwa imię i nazwisko.
Stronę tytułową proszę ponadto podpisać!
- 2) Proszę sprawdzić czy dostali Państwo wszystkie 4 kartki z zadaniami.
- 3) Proszę rozwiązywać dane zadanie **tylko** na kartce z jego treścią lub na jej odwrocie. W razie potrzeby można dostać dodatkową kartkę. Proszę nie rozwiązywać różnych zadań na tej samej kartce!
- 4) W czasie egzaminu można korzystać z ręcznie przygotowanej kartki w formacie A4. Nie wolno używać żadnych urządzeń elektronicznych, w tym telefonów, które należy **wyłączyć** na czas egzaminu. Próby oszustwa i/lub ściągania będą karane wykluczeniem z egzaminu i oceną niedostateczną.

Powodzenia!

Imię, Nazwisko:

Podpis:

Zadanie	1	2	3	4	bonus ćw.	Σ
uzyskana liczba punktów						

Imię, Nazwisko:

Zadanie 1 (10P):

Rozwiąż równanie metodą przewidywania postaci rozwiązania

$$y'' + y' - 2y = 3e^t + 2t^2.$$

Imię, Nazwisko:

Zadanie 2 (10P):

Rozwiąż problem początkowy

$$\begin{cases} y''(1 + \ln(t)) + y'/t = 2 + \ln(t) \\ y(1) = 1/2 \\ y'(1) = 1 \end{cases}$$

Imię, Nazwisko:

Zadanie 3 (10P):

Wyznacz wartości parametru $r \in \mathbb{R}$, dla których funkcja $y(t) = t^r$ jest rozwiązaniem równania

$$t^2 y'' - t y' - 3y = 0$$

w przedziale $(0, \infty)$. Wyznacz układ fundamentalny tego równania.

Imię, Nazwisko:

Zadanie 4 (10P):

Funkcje

$$y_1(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad y_2(t) = \begin{pmatrix} 1/t^2 \\ -1/t \end{pmatrix}$$

są na przedziale $(0, \infty)$ rozwiązaniami układu jednorodnego

$$y' = A(t) \cdot y.$$

Wyznacz rozwiązanie ogólne układu niejednorodnego

$$y' = A(t) \cdot y + \begin{pmatrix} -2/t \\ 2 \end{pmatrix}$$

na tym przedziale.