

KOŁOKWIUM z Geometrii Elementarnej

Zadanie 1 (5 P):

Wyznacz obraz odcinka $\overline{AB}$, gdzie $A = (4, 4)$ i $B = (4, -4)$ w inwersji względem okręgu o środku w początku układu współrzędnych i promieniu $R = 4$.

Zadanie 2 (5 P):

Na płaszczyźnie dane są dwa punkty $A \neq B$. Rozważamy złożenie jednokładności $f = J_B^{-\frac{1}{2}} \circ J_A^2$.

- Uzasadnij, że f jest izometrią.
- Przedstaw f jako złożenie symetrii osiowych.
- Wyznacz zbiór punktów stałych przekształcenia f .

Zadanie 3 (5 P):

Dany jest trójkąt ABC . Na jego bokach obrano punkty A', B', C' w ten sposób, że punkt A' leży na boku BC , punkt B' na AC i wreszcie C' na AB . Uzasadnij, że środki okręgów opisanych na trójkątach $AB'C'$, $A'BC'$ i $A'B'C$ są wierzchołkami trójkąta podobnego do wyjściowego trójkąta ABC .

Zadanie 4 (5 P):

Dany jest okrąg $O(S, R)$, punkt A oraz odcinek o długości r . Skonstruuj okrąg o promieniu r styczny do okręgu $O(S, R)$ przechodzący przez punkt A . Przedyskutuj istnienie i ilość rozwiązań w zależności od wzajemnego położenia danego okręgu i punktu.