

Niech u, v będą parametrami izotermicznymi na powierzchni, tzn. $g = E(du \otimes du + dv \otimes dv)$, gdzie $E = E(u, v)$. W razie potrzeby będziemy też używać oznaczeń $u = u^1, v = u^2$.

99. Korzystając z otrzymanego w zadaniu 92 wzoru

$$\Gamma_{jk}^i = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^2 g^{is} \left(\frac{\partial g_{sk}}{\partial u^j} + \frac{\partial g_{js}}{\partial u^k} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial u^s} \right)$$

sprawdzić, że

$$\Gamma_{11}^1 = -\Gamma_{22}^1 = \Gamma_{12}^2 = \left(\ln \sqrt{E} \right)_u,$$

$$\Gamma_{12}^1 = -\Gamma_{11}^2 = \Gamma_{22}^2 = \left(\ln \sqrt{E} \right)_v,$$

100. Korzystając ze wzoru z zadania 94 dla $X = \partial_u, Y = \partial_v$ i wyników zadania 99 sprawdzić, że we współrzędnych izotermicznych krzywiznę Gaussa można wyliczyć posługując się wzorem:

$$\kappa = -\frac{1}{E} \left(\left(\ln \sqrt{E} \right)_{uu} + \left(\ln \sqrt{E} \right)_{vv} \right).$$