

- 61.** Niech V będzie przestrzenią wektorową nad $\mathbf{R}$ a $\varphi : V \times V \rightarrow \mathbf{R}$ odwzorowaniem dwuliniowym symetrycznym skojarzonym z formą kwadratową ψ , to znaczy $\psi(v) = \varphi(v, v)$ dla $v \in V$. Wykazać, że to odwzorowanie dwuliniowe symetryczne φ jest przez formę kwadratową ψ jednoznacznie wyznaczone (dla $z, w \in V$ wyrazić $\varphi(z, w)$ przez wartości ψ policzone dla odpowiednio dobranych wektorów).

Pierwsza forma podstawowa powierzchni

- 62.** Zapisać we współrzędnych x, y pierwszą formę podstawową powierzchni opisanej przy pomocy parametryzacji $(x, y) \mapsto (x, y, \varphi(x, y))$. Zrobić to samo w szczególnych przypadkach – dla powierzchni siodłowej z zadania 21 i dla małego siodła z zadania 26.
- 63.** Zapisać we współrzędnych u, v pierwszą formę podstawową dla powierzchni obrotowej z zadania 22, a następnie dla torusa z zadania 23.
- 64.** Znaleźć pierwszą formę podstawową dla helikoidy (zadania 24, 49).
- 65.** Znaleźć pierwszą formę podstawową dla powierzchni Ennepera z zadania 25. Sprawdzić, że u i v są współrzędnymi izotermicznymi (czyli takimi, że $E = G$ i $F = 0$).
- 66.** Znaleźć pierwszą formę podstawową dla sfery o promieniu r . Zrobić to we współrzędnych geograficznych, a potem dla parametryzacji będącej odwzorowaniem odwrotnym do rzutowania stereograficznego. Czy któreś z tych współrzędnych są współrzędnymi izotermicznymi?