

Tomasz Szemberg
Ihor Mykytyuk

Geometria 2, Semestr letni 2011

Zestaw ćwiczeń 12

Następujące zadania będą omawiane na ćwiczeniach w tygodniu 6 – 10 czerwca 2011.

Zadanie 45 Niech $S \subset \mathbb{R}^3$ będzie zwartą powierzchnią regularną i niech

$$S_+ = \{p \in S : K(p) \geq 0\}.$$

Udowodnij, że zawężenie odwzorowania Gaussa do zbioru S_+ jest surjekcją. (Porównaj z zadaniem 41.)

Zadanie 46 Niech $S \subset \mathbb{R}^3$ będzie zwartą powierzchnią regularną i niech

$$S_+ = \{p \in S : K(p) \geq 0\}.$$

Udowodnij nierówność

$$\int_{S_+} K \, dA \geq 4\pi.$$

Wskazówka: skorzystaj z poprzedniego zadania.

Zadanie 47 Niech $F(t, s) = c(t) + sv(t)$ będzie lokalną parametryzacją powierzchni kresłnej S . Udowodnij, że następujące warunki są równoważne:

- a) $K(F(t, s)) < 0$;
- b) wektory $\dot{c}(t)$, $v(t)$ i $\dot{v}(t)$ są liniowo niezależne.

Zadanie 48 Oblicz całki

$$\int_{S^2} x \, dA \quad \text{oraz} \quad \int_{S^2} x^2 \, dA,$$

gdzie S^2 oznacza jak zwykle sferę jednostkową w $\mathbb{R}^3$.

Wskazówka: posłuż się współrzędnymi biegunowymi.