

Tomasz Szemberg
Ihor Mykytyuk

Geometria 2, Semestr letni 2011

Zestaw ćwiczeń 11

Następujące zadania będą omawiane na ćwiczeniach w tygodniu 30 maja – 3 czerwca 2011.

Zadanie 41 Niech $S \subset \mathbb{R}^3$ będzie zwartą powierzchnią regularną. Udowodnij, że odwzorowanie Gaussa $N : S \rightarrow S^2$ jest surjekcją.

Zadanie 42 Niech $S \subset \mathbb{R}^3$ będzie zwartą powierzchnią regularną taką, że $K(p) \geq 0$ dla każdego punktu $p \in S$. Udowodnij, że odwzorowanie Gaussa $N : S \rightarrow S^2$ jest injekcją.

Zadanie 43 *Powierzchnia Ennepera* zadana jest parametrycznie przez odwzorowanie

$$(u, v) \rightarrow \left(u - \frac{1}{3}u^3 + uv^2, v - \frac{1}{3}v^3 + vu^2, u^2 - v^2\right) \in \mathbb{R}^3.$$

- a) Wyznacz macierz pierwszej i drugiej formy fundamentalnej tej powierzchni.
- b) Wyznacz krzywizny główne tej powierzchni.
- c) Udowodnij, że obrazy prostych $u = \text{const}$ i $v = \text{const}$ są liniami krzywizny powierzchni Ennepera.

Zadanie 44 Wyznacz wszystkie punkty osobliwe powierzchni Ennepera (patrz: zadanie 43).