

Tomasz Szemberg
Ihor Mykytyuk

Geometria 2, Semestr letni 2011

Zestaw ćwiczeń 8

Następujące zadania będą omawiane na ćwiczeniach w tygodniu 9 – 13 maja 2011.

Zadanie 29 Oblicz pierwszą formę fundamentalną stożka

$$S = \left\{ (x, y, z)^\top \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2, z > 0 \right\}$$

w parametryzacji

$$F : (0, 2\pi) \times (0, \infty) \ni (\varphi, r) \rightarrow r(\cos \varphi, \sin \varphi, 1)^\top \in \mathbb{R}^3.$$

Zadanie 30 Oblicz pierwszą formę fundamentalną

a) katenoidy

$$f_1(x, y) = (\cosh x \cos y, \cosh x \sin y, x);$$

b) helikoidy

$$f_2(x, y) = (\sinh x \cos y, \sinh x \sin y, y).$$

Sporządź (z użyciem programu komputerowego) rysunki obu powierzchni.

Zadanie 31 Parametryzacja

$$f(x, y) = (x, y, xy)$$

opisuje *paraboloidę hiperboliczną*. Udowodnij, że przez dowolny punkt tej hiperboloidy przechodzą dokładnie dwie proste w niej zawarte. Oblicz pierwszą formę fundamentalną i sporządź (z pomocą komputera) rysunek tej powierzchni.

Zadanie 32 Niech V będzie skończone wymiarową rzeczywistą przestrzenią wektorową z iloczynem skalarnym $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Udowodnij, że istnieje wzajemnie jednoznaczna odpowiedniość między

samosprężonymi endomorfizmami liniowymi W przestrzeni V i

symetrycznymi formami dwuliniowymi β na V

zadana zależnością

$$\beta(u, v) = \langle W(u), v \rangle.$$