

Tomasz Szemberg
Ihor Mykytyuk

Geometria 2, Semestr letni 2011

Zestaw ćwiczeń 5

Następujące zadania będą omawiane na ćwiczeniach w tygodniu 4 – 8 kwietnia 2011.

Zadanie 17 Niech $u, v \in \mathbb{R}^3$ będą prostopadłymi wektorami jednostkowymi. Udowodnij, że wektory $u, v, u \times v$ tworzą dodatnio zorientowaną bazę ortonormalną przestrzeni $\mathbb{R}^3$.

Zadanie 18 Niech $c : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ będzie krzywą z parameryzacją naturalną. Niech F będzie izometrią przestrzeni $\mathbb{R}^3$ zachowującą orientację (tzn. izometrią parzystą). Udowodnij, że krzywa $F \circ c$ ma te same krzywiznę κ i skręcenie τ , co wyjściowa krzywa c .

Wskazówka: Porównaj zadanie 6.

Zadanie 19 Dla asteroidy c z zadania 14 oblicz pole obszaru ograniczonego tą krzywą i przepływ pola wektorowego $A(x, y) = \begin{pmatrix} x - y \\ x + y \end{pmatrix}$ przez c w kierunku normalnym na zewnątrz tego obszaru.

Zadanie 20 Niech $c : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ będzie regularną krzywą parametryczną (niekoniecznie z parametryzacją naturalną) z $\ddot{c}(t) \neq 0$ dla wszystkich $t \in I$. Udowodnij, że wtedy skręcenie krzywej c zadane jest wzorem

$$\tau(t) = \frac{\det(\dot{c}(t), \ddot{c}(t), \ddot{\ddot{c}}(t))}{\|\dot{c}(t) \times \ddot{c}(t)\|}.$$

Wskazówka: Porównaj zadanie 5.