

Tomasz Szemberg
Ihor Mykytyuk

Geometria 2, Semestr letni 2011

Zestaw ćwiczeń 1

Następujące zadania będą omawiane na ćwiczeniach w tygodniu 7-11 marca 2011.

Zadanie 1 Niech c będzie krzywą parametryczną (traktryś)

$$c : (0, \pi) \ni t \rightarrow {}^t(\sin t, \cos t + \ln(\operatorname{tg}(t/2))) \in \mathbb{R}^2.$$

Udowodnij, że dla dowolnego punktu $P = {}^t(x, y)$ leżącego na tej krzywej odcinek wyznaczony przez punkt P i przez punkt Q przecięcia stycznej do krzywej c w punkcie P z osią OY ma długość 1.

Zadanie 2 Krzywa parametryczna

$$c : [0, 2\pi) \ni t \rightarrow {}^t(\cos t, \sin t) \in \mathbb{R}^2$$

jest okręgiem. Ten sam okrąg opisany jest równaniem

$$x^2 + y^2 = 1.$$

Wyznacz równania następujących krzywych parametrycznych:

- a) ${}^t(a \cos t, b \sin t)$;
- b) ${}^t(a \cosh t, b \sinh t)$;
- c) ${}^t(t, t^2)$.

Co to za krzywe?

Zadanie 3 Niech $c : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ będzie krzywą z parametryzacją naturalną. Niech $A \in O(n)$ będzie macierzą ortogonalną. Udowodnij, że $A \circ c$ jest krzywą z parametryzacją naturalną.

Zadanie 4 Okrąg o promieniu długości 1 toczy się bez poślizgu po osi OX . Wyznacz parametryzację krzywej, jaką opisze ustalony punkt tego okręgu. (Wystarczy dla jednego pełnego obrotu).

Wskazówka: Wyznaczyć najpierw krzywą, po której porusza się środek okręgu.