

Tomasz Szemberg

Geometria 2 stosowana, semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 1, na dzień 4 października 2011

Zadanie 1 Rozstrzygnij które z następujących operacji na zbiorach, zastosowane do dwóch zbiorów wypukłych, dają w wyniku zawsze zbiór wypukły: suma, przecięcie, różnica, dopełnienie, różnica symetryczna.

Zadanie 2 Niech S będzie skończonym zbiorem punktów na płaszczyźnie. Udowodnij, że otoczka wypukła $\text{ch}(S)$ zbioru S jest wielokątem

- a) zawierającym wszystkie punkty zbioru S i
- b) mającym minimalny obwód wśród wielokątów spełniających warunek a).

Zadanie 3 Na płaszczyźnie dane są punkty $p = (p_x, p_y)$, $q = (q_x, q_y)$ i $r = (r_x, r_y)$. Niech L będzie prostą wyznaczoną przez punkty p i q . Udowodnij, że znak wyznacznika

$$D(r) = \det \begin{pmatrix} 1 & p_x & p_y \\ 1 & q_x & q_y \\ 1 & r_x & r_y \end{pmatrix}$$

pozwała rozstrzygnąć po której stronie prostej L leży punkt r . (W szczególności udowodnij, że $r \in L$ wtedy i tylko wtedy, gdy $D(r) = 0$.)

Zadanie 4 W sytuacji jak w poprzednim ćwiczeniu, udowodnij, że $\frac{1}{2} \cdot |D(r)|$ jest równe polu trójkąta o wierzchołkach w punktach p, q i r .