

Tomasz Szemberg
Tomasz Świdorski

Geometria 2, Semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 9

Następujące zadania będą omawiane na ćwiczeniach w tygodniu 12 – 16 grudnia 2011.

Zadanie 33 Niech c będzie krzywą parametryczną (traktryką)

$$c : (0, \pi) \ni t \rightarrow (\sin t, \cos t + \ln(\operatorname{tg}(t/2))) \in \mathbb{R}^2.$$

Udowodnij, że podana funkcja jest parametryzacją, ale nie jest regularna. Naszkicuj obraz parametryzacji c . Udowodnij, że dla dowolnego punktu $P = (x, y)$ leżącego na tej krzywej odcinek wyznaczony przez punkt P i przez punkt Q przecięcia stycznej do krzywej c w punkcie P z osią OY ma długość 1.

Zadanie 34 Krzywa parametryczna

$$c : [0, 2\pi) \ni t \rightarrow (\cos t, \sin t) \in \mathbb{R}^2$$

jest okręgiem. Ten sam okrąg opisany jest równaniem

$$x^2 + y^2 = 1.$$

Wyznacz równania następujących krzywych parametrycznych:

- a) $(a \cos t, b \sin t)$;
- b) $(a \cosh t, b \sinh t)$;
- c) (t, t^2) .

Co to za krzywe?

Zadanie 35 Niech $c : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ będzie krzywą z parametryzacją naturalną. Niech $A \in O(n)$ będzie macierzą ortogonalną. Udowodnij, że $A \circ c$ jest krzywą z parametryzacją naturalną.

Zadanie 36 Okrąg o promieniu długości 1 toczy się bez poślizgu po osi OX . Wyznacz parametryzację krzywej, jaką opisze ustalony punkt tego okręgu. (Wystarczy dla jednego pełnego obrotu).

Wskazówka: Wyznaczyć najpierw krzywą, po której porusza się środek okręgu.