

Tomasz Szemberg  
Tomasz Świdorski

## Geometria 2, Semestr zimowy 2011/12

### Zestaw ćwiczeń 7

Następujące zadania będą omawiane na ćwiczeniach w tygodniu 28 listopada – 2 grudnia 2011.

**Zadanie 25** Niech  $C$  będzie niezdegenerowaną stożkową różną od okręgu i niech  $F, \ell$  będą ogniskiem i kierownicą  $C$ . Niech  $P \in \ell$  będzie punktem na kierownicy i niech  $A, B$  będą punktami styczności stycznych do  $C$  poprowadzonych z punktu  $P$ . Uzasadnij, że punkty  $A, F, B$  są współliniowe.

**Zadanie 26** Dana jest elipsa  $C$  i punkt  $P$  leżący w jej zewnątrz. Punkty  $A$  i  $B$  są punktami styczności stycznych do  $C$  poprowadzonych z punktu  $P$ . Uzasadnij, że środek (symetrii) elipsy, środek siecznej  $AB$  i punkt  $P$  są współliniowe.

**Zadanie 27** Dana jest elipsa  $C$  o środku (symetrii) w punkcie  $O$ . Dla punktu  $P \in C$  odcinek postaci  $PS_O(P)$  nazywamy średnicą elipsy ( $S_O$  oznacza symetrię środkową względem punktu  $O$ ). Dwie średnice  $PP'$  i  $RR'$  nazywamy *sprzężonymi*, jeśli  $PP'$  **przechodzi przez środek** dowolnej siecznej równoległej do  $RR'$  (i na odwrót).

Udowodnij, że jeśli  $PP'$  i  $RR'$  są sprzężonymi średnicami, a styczne do  $C$  w punktach  $P$  i  $R$  przecinają się w punkcie  $S$ , to czworokąt  $PORS$  jest równoległobokiem.

**Zadanie 28** Dany jest okrąg  $O$  i punkt  $A$  na płaszczyźnie. Opisz zbiór środków okręgów stycznych do  $O$  i przechodzących przez punkt  $A$ . Rozważ różne położenia punktu  $A$  względem  $O$ .