

Tomasz Szemberg
Tomasz Świderski

Geometria 2, Semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 6

Następujące zadania będą omawiane na ćwiczeniach w tygodniu 21 – 25 listopada 2011.

Zadanie 21 Uzasadnij, że przez każdy punkt paraboloidy hiperbolicznej (powierzchni siodłowej)

$$Q : x^2 - y^2 - z = 0$$

przechodzą dokładnie dwie proste w całości zawarte w Q .
(Dla każdego punktu P na Q jest to inna para prostych!)

Zadanie 22 Wyznacz metryczną formę normalną (jak w twierdzeniu o klasyfikacji) kwadryki

$$Q : 8x^2 - 7y^2 + 8z^2 + 8xy + 8yz - 2xz + 12x + 6y + 12z = 0.$$

Zadanie 23 Dana jest forma kwadratowa q na $\mathbb{R}^{2n+1}$:

$$\begin{aligned} q(x_1, \dots, x_{2n+1}) &= x_1x_2 + x_3x_4 + \dots + x_{2n-1}x_{2n} + x_{2n+1}^2 \\ &= \sum_{i=1}^n x_{2i-1}x_{2i} + x_{2n+1}^2. \end{aligned}$$

Wyznacz macierz stowarzyszonej formy dwuliniowej tzn. macierz symetryczną $A \in M(2n+1, \mathbb{R})$ taką, że

$$q(x) = x^T Ax.$$

Wskazówka: W przypadku trudności rozwiąż zadanie dla $n = 1$ i 2 .

Zadanie 24 Dla macierzy A wyznaczonej w poprzednim zadaniu wyznacz macierz ortogonalną $S \in O(2n+1, \mathbb{R})$ taką, że macierz

$$B = S^T AS$$

jest diagonalna.

Wskazówka: Kolumnami macierzy S są wektory własne macierzy A .