

Tomasz Szemberg
Tomasz Świderski

Geometria 2, Semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 5

Następujące zadania będą omawiane na ćwiczeniach w tygodniu 14 – 18 listopada 2011.

Zadanie 17 Punkt $m \in \mathbb{R}^n$ nazywamy środkiem symetrii kwadryki $Q \subset \mathbb{R}^n$, jeśli jest ona niezmiennicza (jako zbiór) w symetrii środkowej S_m względem punktu m

$$S_m(x) = m - (x - m),$$

tzn. jeśli $S_m(Q) = Q$.

Uzasadnij, że kwadryka, której macierz formy kwadratowej A ma maksymalny rząd, ma środek symetrii.

Zadanie 18 Wyznacz wszystkie proste w $\mathbb{R}^3$ przechodzące przez punkt $(-1, 2, 2)$ i zawarte w kwadryce

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - y^2 - z^2 + 2yz + 6x + 2y + 1 = 0\}.$$

Zadanie 19 Daną stożkową C w $\mathbb{R}^2$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x - 3y - 5 = 0\}$$

sprowadź do afinicznej postaci normalnej.

Zadanie 20 W (czaso-)przestrzeni $\mathbb{R}^4$ iloczyn Minkowskiego zadany jest wzorem

$$\langle x, y \rangle = x_1y_1 - x_2y_2 - x_3y_3 - x_4y_4.$$

Podprzestrzeń liniowa $U \subset \mathbb{R}^4$ zadana jest równaniem

$$U = \{x \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}.$$

Określ typ afiniczny kwadryki

$$Q_U = \{x \in U \equiv \mathbb{R}^3 : \langle x, x \rangle = 1\}.$$