

Tomasz Szemberg
Tomasz Świdorski

Geometria 2, Semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 4

Następujące zadania będą omawiane na ćwiczeniach w tygodniu 7 – 11 listopada 2011.

Zadanie 13 Posługując się samym cyrklem skonstruuj środek odcinka AB (dane są tylko jego końce).

Zadanie 14 (Problem Napoleona) Posługując się samym cyrklem podziel dany okrąg na cztery równe części (inaczej mówiąc: wyznacz wierzchołki kwadratu wpisanego w dany okrąg).
Wskazówka: Mascheroni przedstawił Napoleonowi następujące rozwiązanie: „Odkładając trzy razy promień na okręgu otrzymujemy trzy łuki AB , BC i CD . Odcinek AD jest średnicą. Reszta jest oczywista”. Istotą zadania jest wyjaśnienie tej oczywistości.

Zadanie 15 Dwa okręgi nazywamy prostopadłymi, jeśli ich promienie poprowadzone do punktów przecięcia są do siebie prostopadłe. Niech dany będzie okrąg inwersyjny $O(r)$ i punkt M , którego obraz M' w inwersji $I_{O(r)}$ istnieje i jest różny od punktu M . Udowodnij, że każdy okrąg przechodzący przez punkty M i M' jest prostopadły do okręgu inwersji.
Co jest naturalną granicą okręgów przechodzących przez M i M' i mających nieograniczenie duże promienie?

Zadanie 16 Niech dany będzie okrąg inwersyjny $O(r)$ i punkty A i B różne między sobą i różne od punktu O . Udowodnij, że punkty A , B i ich obrazy A' i B' w inwersji względem $O(r)$ są albo wszystkie współliniowe, albo współokręgowe.