

Tomasz Szemberg
Tomasz Świderski

Geometria 2, Semestr zimowy 2011/12

Zestaw ćwiczeń 1

Następujące zadania będą omawiane na ćwiczeniach w tygodniu 10 – 14 października 2011.

Zadanie 1 Zapisz liczbę $\sqrt{5 + 2\sqrt{-5}}$ w postaci Gaussa $(a + bi)$.

To ćwiczenie ilustruje fakt, że konstruowalna liczba zespolona ma konstruowalne części rzeczywistą i urojoną.

Zadanie 2 Parabola jest miejscem geometrycznym punktów równooddalonych od ustalonego punktu P (ogniska) i prostej ℓ nie przechodzącej przez P (kierownicy).

- a) Wyznacz równanie paraboli Γ o ognisku w punkcie $P = (0, 1)$ i kierownicy o równaniu $y = -1$. Naskicuj tę parabolę.
- b) Prosta ℓ o równaniu $y = ax + b$ ma współczynniki a, b z ciała liczb konstruowalnych $\mathbb{K}$, ponadto b jest liczbą dodatnią. Uzasadnij, że punkty przecięcia prostej ℓ z parabolą Γ z punktu a) mają współrzędne konstruowalne.
- c) Opisz konstrukcję punktów przecięcia prostej ℓ i paraboli Γ za pomocą cyrkla i linijki.

Zadanie 3 Niech a będzie liczbą konstruowalną.

- a) Udowodnij, że okrąg o środku w punkcie $(a, 1)$ przechodzący przez początek układu współrzędnych przecina parabolę o równaniu $y = \frac{1}{2}x^2$ w punkcie o współrzędnych $(2\sqrt[3]{a}, 2\sqrt[3]{a^2})$.
- b) Udowodnij, że mając daną na płaszczyźnie dowolną parabolę, można rozwiązać za pomocą cyrkla i linijki problem podwojenia sześciangu.

Zadanie 4 Podaj konstrukcję złotego podziału odcinka.