

## Geometria 2, Semestr zimowy 2011/12

### Przykładowe kolokwium

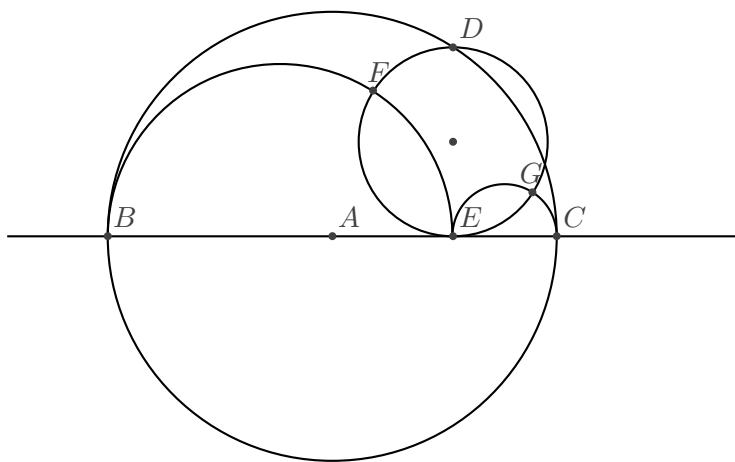
**Zadanie 1** (10. Punktów) Dane są trzy parami różne proste równoległe  $l_1, l_2, l_3$ . Skonstruuj trójkąt równoboczny  $A_1, A_2, A_3$  taki, że

$$A_i \in l_i$$

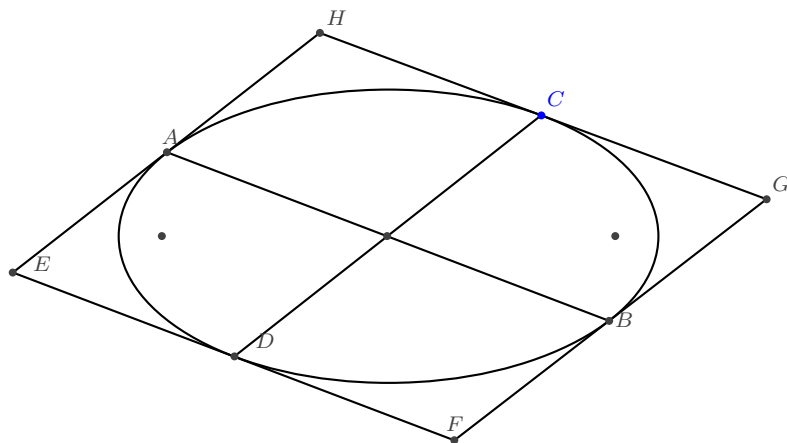
dla  $i = 1, 2, 3$ . Uzasadnij poprawność konstrukcji i podaj liczbę rozwiązań zadania.

**Zadanie 2** (10. Punktów) Na okręgu o środku w punkcie  $A$  obrano punkt  $D$ . Punkt  $E$  jest obrazem  $D$  w rzucie prostokątnym na średnicę  $BC$ . Punkt  $F$  jest punktem przecięcia „górnego” półokręgu o średnicy  $BE$  z okręgiem o średnicy  $DE$ . Punkt  $G$  jest z kolei przecięciem „górnego” półokręgu o średnicy  $EC$  z okręgiem o średnicy  $DE$ . Uzasadnij, że punkty  $B, F, D$  i  $C, G, D$  są współliniowe.

*Wskazówka:* to zadanie ma związek z inwersją.



**Zadanie 3** (10. Punktów) Dana jest elipsa o półosiach długości  $a$  i  $b$ . Punkty  $A, B$  oraz  $C, D$  są końcami jej dwóch dowolnych średnic sprzężonych. Punkty  $E, F, G, H$  są wierzchołkami równoległoboku utworzonego przez punkty przecięcia stycznych do elipsy w punktach  $A, B, C$  i  $D$ . Uzasadnij, że pole równoległoboku wynosi  $4ab$ , tzn. nie zależy od wybranych średnic



sprzężonych.

**Zadanie 4** (10. Punktów) Wyznacz zakres w jakim zmienia się krzywizna sinusoidy.