

Maria Robaszewska
Tomasz Szemberg

Geometria, Semestr letni 2012

Przykładowy test międzysemestralny

Dobra odpowiedź jeden punkt, zła odpowiedź punkt ujemny, brak odpowiedzi – zero.

Zadanie 1 Niech $a = (1, 0, 0)$, $b = (1, 1, 0)$, $c = (1, 1, 1)$. Iloczyn mieszany $[a, b, c]$ wynosi
a) -1 , b) 0 , c) 1 , d) $(-1, 0, 1)$.

Zadanie 2 Niech π_N będzie rzutem stereograficznym sfery jednostkowej

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$$

z punktu $N = (0, 0, 1)$ na płaszczyznę $z = -1$. Obrazem punktu $P = (1, 0, 0)$ w tym rzucie jest punkt

a) $(1, 0, -1)$, b) $(2, 0, -1)$, c) $(-1, 0, -1)$, d) $(-2, 0, -1)$.

Zadanie 3 Równanie płaszczyzny stycznej $T_p M$ do powierzchni siodłowej

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = xy\}$$

w punkcie $P = (1, 1, 1)$, to

a) $x + y + z = 0$, b) $-x + y + z = 0$, c) $x - y + z = 0$, d) $x + y - z = 0$.

Zadanie 4 Na powierzchni śrubowej

$$r(u, v) = (u \cdot \cos(v), u \cdot \sin(v), v), \quad (u, v) \in \mathbb{R}^2$$

zadana jest funkcja

$f(P) :=$ kwadrat odległości punktu P od początku układu współrzędnych

Wartość różniczki $d_p f$ tej funkcji w punkcie $p = r(1, 0)$ na wektorze $w = \frac{\partial r}{\partial u}(1, 0)$ wynosi

a) -2 , b) 0 , c) 2 , d) $(-2, 0, 2)$.

Zadanie 5 Niech V będzie 2-wymiarową przestrzenią wektorową z bazą e_1, e_2 i niech ω^1, ω^2 będzie bazą dualną w przestrzeni V^* . Niech

$$\alpha = \omega^1 - \omega^2, \quad \beta = \omega^1 + \omega^2, \quad v = e_1 + e_2, \quad w = e_1 - e_2.$$

Wartość tensora $\alpha \otimes \beta$ na parze wektorów (v, w) wynosi

a) -2 , b) 0 , c) $1 \otimes 1$, d) 2 .