

Egzamin pisemny 2 część, Geometria Elementarna

Wskazówki:

- 1) Za każde zadanie można uzyskać 8 punktów, łącznie 40pkt.
- 2) Proszę sprawdzić czy dostali Państwo wszystkie 5 kartek z zadaniami.
- 3) W czasie sprawdzianu można korzystać z jednej własnej kartki w formacie A4. Kartek nie wolno wymieniać między sobą.
- 4) Nie wolno korzystać z żadnych urządzeń elektronicznych. Telefony muszą być wyłączone!

Powodzenia!

Imię, Nazwisko:

Podpis:

Zadanie	1	2	3	4	5	Σ
uzyskana liczba punktów						

Zadanie 1 (8P) (należy jednoznacznie zaznaczyć tylko jedną odpowiedź poprzez napisanie odpowiadającej jej litery z lewej strony numeru pytania):

I. Współrzędne afiniczne punktu $P = (2, 3)$ w bazie afinicznej wyznaczonej przez punkty $A = (-1, 0)$, $B = (1, 2)$, $C = (2, -3)$ wynoszą:

- A.** $(-\frac{2}{3}, 2, 1\frac{1}{3})$ **B.** $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 0)$ **C.** $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ **D.** $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6})$

II. Izometrią parzystą i taką, że jej zbiór punktów stałych jest niepusty jest:

- A.** obrót o kąt niezerowy
B. translacja o wektor niezerowy
C. symetria osiowa
D. symetria osiowa z poślizgiem

III. Wskaż zbiory, których obrazem w inwersji może być półprosta otwarta (bez początku):

- i) półprosta o początku w środku okręgu inwersyjnego,
ii) półokrąg otwarty (bez końców),
iii) otwarty łuk okręgu przechodzącego przez środek okręgu inwersyjnego (ten środek nie należy do łuku),
iv) odcinek otwarty (nie zawierający środka okręgu inwersyjnego).

- A.** *i*) **B.** *i*) oraz *ii*) **C.** *i*), *ii*), oraz *iii*) **D.** *i*), *ii*), *iii*) oraz *iv*)

IV. Wskaż zdania prawdziwe:

- i) Istnieje jednokładność, która jest podobieństwem.
ii) Istnieje podobieństwo, które jest jednokładnością.
iii) Każda jednokładność jest podobieństwem.
iv) Każde podobieństwo jest jednokładnością.

- A.** *i*) **B.** *i*) oraz *ii*) **C.** *i*), *ii*), oraz *iii*) **D.** *i*), *ii*), *iii*) oraz *iv*)

Zadanie 2 (8 P):

Uzasadnij, że przekształcenie zadane wzorem

$$f((x, y)) = (x + 1, 3 - y)$$

jest izometrią. Rozstrzygnij czy jest to izometria parzysta, czy nieparzysta.

Zadanie 3 (8 P):

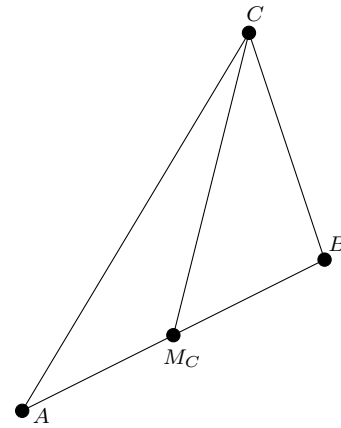
Wyznaczyć odwzorowanie afiniczne f , spełniające warunki:

$$f((0, 2)) = (0, 0), \quad f((0, 3)) = (1, 1), \quad f((-1, 3)) = (0, 2).$$

Podać postać macierzową tego odwzorowania.

Zadanie 4 (8 P):

Niech M_C będzie środkiem boku AB trójkąta $\triangle ABC$. Wyrazić długość środkowej CM_C tego trójkąta, znając długości jego boków $a = |BC|$, $b = |AC|$ i $c = |AB|$.



Zadanie 5 (8 P):

Okręgi jednostkowe O_1 i O_2 , o środkach odpowiednio w punktach S_1 i S_2 , są styczne w punkcie K (patrz rysunek obok). Punkt S należący do okręgu O_1 jest środkiem okręgu o promieniu 2, stycznego do O_1 w punkcie L . Punkt M jest punktem przecięcia okręgów $O(S_1, 1)$ i $O(S_2, 1)$. Wykazać, że punkty K , L i M są współliniowe.

