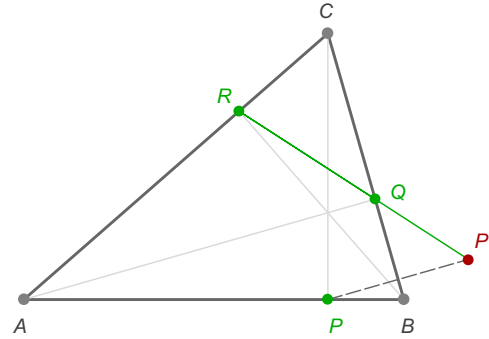


Geometria Elementarna 2016/17

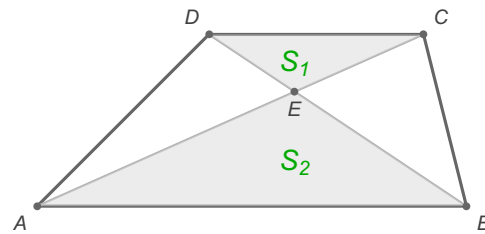
Zestaw ćwiczeń 9, na dzień 12 grudnia 2016r.

Zadanie 42 Niech $\triangle ABC$ będzie trójkątem ostrokatnym, a punkty P , Q i R spodkami jego wysokości, opuszczonych odpowiednio z wierzchołków C , A i B . Punkt P' jest obrazem punktu P względem symetrii osiowej $S_{pr BC}$. Wykazać, że punkty P' , Q i R są współliniowe.



Zadanie 43 Przekątne trapezu o wierzchołkach A, B, C, D przecinają się w punkcie E . Pole trapezu jest równe S , a pola trójkątów $\triangle ABE$, $\triangle CDE$ odpowiednio S_2 i S_1 . Wykazać, że

$$\sqrt{S} = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}.$$

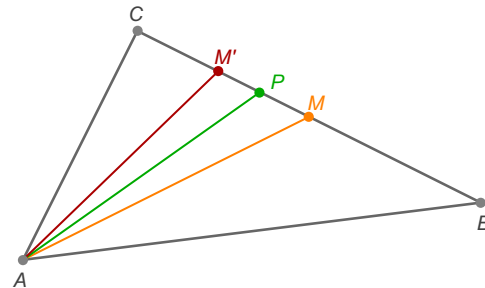


Symedianą trójkąta $\triangle ABC$ nazywamy prostą, będącą obrazem środkowej wychodzącej z danego wierzchołka trójkąta $\triangle ABC$ względem symetrii osiowej S_l , gdzie l jest dwusieczną kąta wewnętrznego tego trójkąta (przy tym samym wierzchołku).

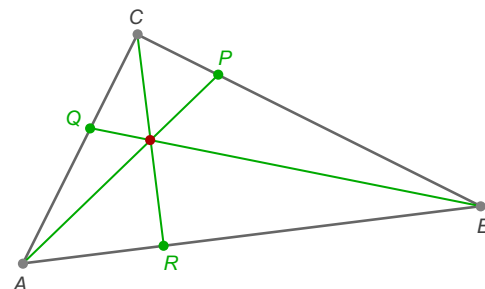
Zadanie 44 Niech $\triangle ABC$ będzie dowolnym trójkątem oraz M' punktem leżącym na boku BC . Wykazać, że prosta $pr AM'$ jest symedianą trójkąta $\triangle ABC$ wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\frac{|BM'|}{|CM'|} = \frac{c^2}{b^2},$$

gdzie $b = |AC|$ i $c = |AB|$.



Zadanie 45 Wykazać, że symediany trójkąta $\triangle ABC$ przecinają się w jednym punkcie (punkt Lemoine'a).



Zadanie 46 Niech $P = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $P' = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ i $P'' = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

a) Wskazać wszystkie izometrie $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ takie, że $f(P) = P'$ i $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \in \text{Fix}(f)$.

b) Wskazać wszystkie izometrie $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ takie, że $g(P) = P''$ i $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \text{Fix}(g)$.

Podać postać macierzową przekształceń f i g .