

Geometria Elementarna 2016/17

Zestaw ćwiczeń 8, na dzień 5 grudnia 2016r.

Zadanie 35

- a) Wykazać, że złożenie dwóch symetrii środkowych jest translacją.
- b) Wykazać, że złożenie symetrii środkowej z translacją (translacji z symetrią środkową) jest symetrią środkową.

Zadanie 36 Niech proste l_1, l_2 będą równoległe. Wykazać, że złożenie symetrii osiowych $S_{l_2} \circ S_{l_1}$ jest translacją T_{2V} , gdzie punkt $V \in \mathbb{R}^2$ jest taki, że $l_2 = T_V(l_1)$. Czy twierdzenie odwrotne tzn. "jeśli prosta l_2 jest obrazem prostej l_1 względem translacji T_V , to $T_{2V} = S_{l_2} \circ S_{l_1}$ " jest prawdziwe?

Zadanie 37

- a) Wykazać, że jeśli proste l_1, l_2 przecinają się w punkcie A , to

$$S_{l_2} \circ S_{l_1} = O_A^{2\alpha},$$

gdzie O_A^α jest obrotem wokół punktu A takim, że $O_A^\alpha(l_1) = l_2$.

- b) Wykazać, że każdy obrót O_A^α jest złożeniem dwóch symetrii osiowych, których osie przecinają się w punkcie A . Czy symetrie te są wyznaczone jednoznacznie?

Zadanie 38 Niech proste l_1, l_2 i l_3 będą współpękowe. Wykazać, że złożenie symetrii osiowych $S_{l_3} \circ S_{l_2} \circ S_{l_1}$ jest symetrią osiową o osi przechodzącej przez punkt $l_1 \cap l_2 \cap l_3$.

Zadanie 39

- a) Niech l_1, l_2, l_3 będą dowolnymi prostymi. Wykazać, że jeśli $l_3 = S_{l_1}(l_2)$, to

$$S_3 = S_{l_1} \circ S_{l_2} \circ S_{l_1}.$$

- b) Wykazać, że jeśli figura $F \subset \mathbb{R}^2$ posiada dokładnie dwie osie symetrii, to są one prostopadłe.

Zadanie 40

- a) Niech $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ będzie przekształceniem afinicznym. Wykazać, że jeśli $\triangle ABC = f(\triangle PQR)$, to środkowe trójkąta $\triangle ABC$ są obrazami środkowych trójkąta $\triangle PQR$ względem przekształcenia f .
- b) Wykazać, że środkowe dowolnego trójkąta przecinają się w jednym punkcie oraz każde przekształcenie afiniczne zachowuje środek ciężkości trójkąta.

Zadanie 41 Wskazać wszystkie izometrie własne trójkąta i kwadratu. Określić ich związek z odpowiednimi grupami permutacji.