

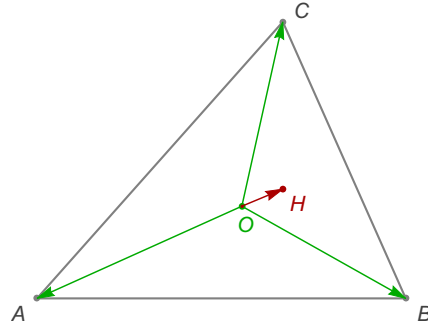
Geometria Elementarna 2016/17

Zestaw ćwiczeń 6, na dzień 21 listopada 2016r.

Zadanie 25 Niech O będzie środkiem okręgu opisanego na trójkącie $\triangle ABC$, a H takim punktem płaszczyzny, że

$$\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}.$$

Wykazać, że H jest ortocentrum trójkąta $\triangle ABC$.



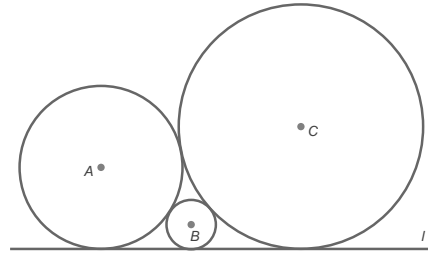
Zadanie 26 a) Wykazać, że dla dowolnych punktów $A, B, C, D \in \mathbb{R}^2$ zachodzi wzór

$$\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \circ \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \circ \overrightarrow{BD} = 0.$$

b) Udowodnić, że wysokości dowolnego trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

Zadanie 27 Niech okręgi $O(A, r_A)$, $O(B, r_B)$ i $O(C, r_C)$ będą parami styczne zewnętrznie oraz styczne do prostej l (patrz rysunek obok). Wykazać, że

$$\frac{1}{\sqrt{r_B}} = \frac{1}{\sqrt{r_A}} + \frac{1}{\sqrt{r_C}}.$$



Zadanie 28 W punkcie P przecinają się proste a, b, c i d . Prosta l przecina każdą z nich odpowiednio w punktach A, B, C i D . Wykazać, że iloraz

$$\frac{S(A, B; C)}{S(A, B; D)}$$

nie zależy od położenia prostej l .

